

ЗАДАЦИ - VI КЕДЕБА

- ① Докажи да је Хевисајдова ф-ја $H: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
$$H(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$
 непрељна у $x=0$ и непрељна у свим осталим тачкама.
- ② Докажи да је ф-ја $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^\alpha$, где је $\alpha \in \mathbb{R}$ непрељна.
- ③ Нека су $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ непрељне ф-је за које важи $f(0) = g(0)$. Докажи да је тачна ф-ја $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$,
$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq 0 \\ g(x), & x > 0 \end{cases}$$
 непрељна.
- ④ Докажи да је $\log_a: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ($a > 0, a \neq 1$) непрељна функција.
- ⑤ Нека је $X \subseteq \mathbb{C}$. Докажи да су ф-је $\max: X \rightarrow \mathbb{R}$, $\min: X \rightarrow \mathbb{R}$ непрељне.
- ⑥ Докажи да свака одвољена и непрељна ф-ја $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ има фиксну тачку.
- ⑦ Докажи да свака непрељна ф-ја $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ има фиксну тачку. Дати пример ф-је $g: (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ која је непрељна а нема фиксну тачку.
- ⑧ Докажи да је $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ равномерно непрељна.